**Экономические задачи**

**Задачи на выплату процентов**

Рассмотрим решения некоторых видов, так называемых, банковских задач, которые встречаются на экзамене по математике за 10-11 класс средней школы, при сдаче профильного ЕГЭ — это задачи под номером 17.

Мы с вами познакомимся с различными видами экономических задач на выплату процентов. При этом подробно рассмотрим только две схемы выплат:

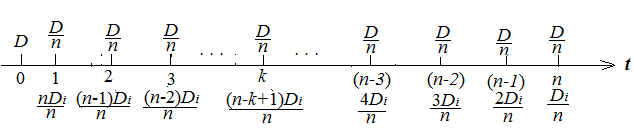
- схема дифференцированных выплат;

- схема равных срочных выплат.

Итак, первая схема выплат - схема дифференцированных платежей.

Пусть ***D*** – сумма денег, взятая в банке в кредит, ***r*** – банковский процент, – банковская (процентная) ставка, – множитель наращения, ***n*** – количество платежных периодов, ***B*** – общая сумма выплат банку, –платёж за ***i***-ый временной период. За время ***n*** общий долг складывается из денег, взятых в банке ***D*** и набежавших за это время процентов , то есть справедливо равенство:

Изобразим, используя числовую ось времени, схему проводимых платежей:



Мы видим, что сумма денег ***D***, взятая в банке, возвращается равными частями , а «проценты», начисляемые банком за каждый платежный период, разные, т.к. начисляются на оставшуюся после ***Пk*** сумму. Причем надо заметить, что с ростом ***k***, выплачиваемые «проценты» уменьшаются.

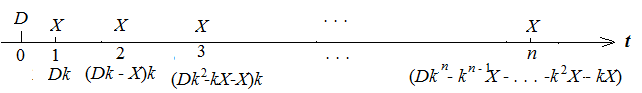
Таким образом, выплаты в конце ***k***-ого платежного периода примут вид:

***……………….***

Общая сумма выплат банку ***B***, т.е. выплаты за все платежные периоды, описывается равенством:

Как вы успели заметить суммирование мы проводили, начиная с последнего платежного периода, чтобы было удобнее. А в ходе преобразований мы использовали формулу суммы элементов арифметической прогрессии. И в краткой форме получили удобную формулу:

Рассмотрим вторую схему выплат, схему аннуитетных платежей или схему равных срочных выплат, т.е. в конце каждого платежного периода в банк приносятся равные суммы. Сохраним все обозначения, которые мы ввели при описании первой схемы, но добавим еще одно обозначение ***x*** – это сумма денег, приносимая в банк в конце каждого платежного периода.

Изобразим, используя числовую ось времени, схему проводимых платежей:

Таким образом, мы можем записать аналитически, какими суммами мы оперируем в начале ***k***-ого платежного периода:

***…………………..***

Общая сумма выплат банку ***B***, т.е. выплаты за все платежные периоды, равна ***B=n∙x***, т.к. мы приносим в банк каждый платежный период одну и ту же сумму денег ***x***. Учитывая, что в последний платежный период, принося банку сумму ***x*** мы погашаем весь долг (включая «проценты»), то получаем, что Преобразуем последнее равенство:

В правой части последнего равенства в скобках стоит сумма элементов геометрической прогрессии, воспользуемся соответствующей формулой и получим:

В зависимости от условия задачи, последнюю формулу можно разрешить относительно неизвестного объекта и закончить решение.

В целом этой информации вполне достаточно для решения так называемых «банковских» задач. Приступаем к разбору некоторых из них. Задачи, которые приводятся ниже, взяты из вариантов, предлагаемых для подготовки к сдаче ЕГЭ.

1. **15 января планируется взять кредит в банке на сумму 1,8 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:**

**- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;**

**- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;**

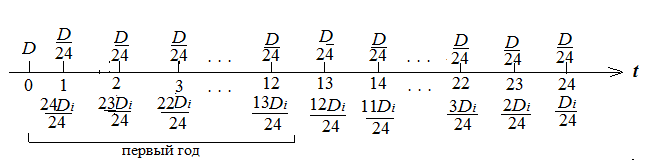
**- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.**

**Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года кредитования?**

Решение:

По условию задачи описана первая схема выплат, причем:

Требуется найти суммарную величину выплат банку за первые 12 месяцев, т.е. . При этом можно изобразить проводимые платежи с помощью числовой оси:



Проведем суммирование платежей за первые 12 месяцев, получим следующий результат:

Учитывая данные задачи, проведем вычисления:

Таким образом, в первый год нужно будет выплатить банку 1,233 млн. руб.

**Ответ: 1233000.**

1. **15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:**

**- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;**

**- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;**

**- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.**

**Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1399,5 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?**

Решение:

Данная задача также описывает первую схему выплат, причем очень похожа по условию на задачу 1. Поэтому воспользуемся результатами этой задачи, учитывая, что:

**Ответ: 1800000.**

1. **15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:**

**- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;**

**- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;**

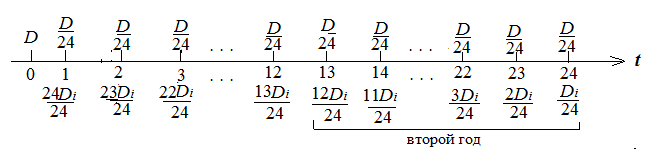
**- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.**

**Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 822 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года кредитования?**

Решение:

Задача описывает первую схему выплат. Причем

Далее с помощью числовой оси изобразим выплаты, проводимые по этой схеме:



Выплаты за первый год кредитования составят:

Используя этот результат, найдем величину кредита.

Запишем выплаты за второй год кредитования:

Остается подставить данные из условия:

Таким образом, выплаты за последний год кредитования составят 0,678 млн. руб. или 678 000 рублей.

**Ответ: 678000.**

1. **15-го января планируется взять кредит в банке на 7 месяцев. Условия его возврата таковы:**

**- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;**

**- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;**

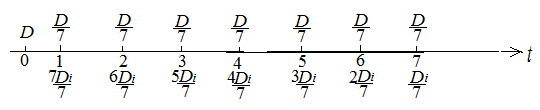
**- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.**

**Известно, что на пятый месяц (со 2 по 14 мая) кредитования нужно выплатить банку 54 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?**

Решение:

По условию задачи описана схема дифференцированных платежей, причем:

Изобразим выплаты с помощью числовой оси:



Заметим, что выплаты за пятый месяц кредитования составляют:

Мы нашли сумму денег, взятую в кредит. Теперь найдем сумму денег, которую требуется выплатить банку за весь срок кредитования. Используем данные числовой оси:

Таким образом, за весь срок кредитования банку надо выплатить 378 000 рублей.

**Ответ: 378000.**

1. **15-го января планируется взять кредит в банке на 8 месяцев. Условия его возврата таковы:**

**- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;**

**- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;**

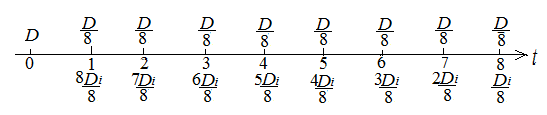
**- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.**

**Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?**

Решение:

В данной задаче описывается схема дифференцированных платежей, причем:

С помощью числовой оси представляем все проводимые платежи:



Теперь выпишем общую сумму денег (применительно к данным нашей задачи), которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования:

Так как, нас интересует сколько процентов составляет общая выплата от суммы , взятой в кредит, то:

Получили, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, составляет 109% от суммы кредита.

**Ответ: 109.**

1. **15-го января планируется взять кредит в банке на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:**

**- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;**

**- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;**

**- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.**

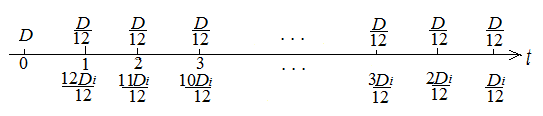
**Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 13% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r.**

Решение:

Данная задача описывает схему дифференцированных платежей, причем:

(т.к. сумма, взятая в кредит *D -* 100%, а общая сумма выплат *B* на 13% больше).

Используя, числовую ось, изобразим схему, проводимых платежей:



Запишем далее, чему равна общая сумма выплат за весь срок кредитования, учитывая данные задачи:

Учитывая, что

**Ответ: 2.**

1. **В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:**

**- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;**

**- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;**

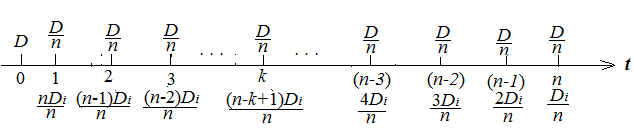
**- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.**

**На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?**

Решение:

Запишем данные задачи:

Изобразим проводимые платежи с помощью числовой оси, учитывая, что выплаты производятся по схеме дифференцированных платежей:



Общая сумма выплат банку ***B***, т.е. выплаты за все платежные периоды, описывается равенством:

Подставляем в последнее равенство данные задачи и решаем полученное уравнение относительно неизвестной величины *n.*

Получили, что кредит будет погашен в течение 10 лет.

**Ответ: 10.**

1. **В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:**

**- каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;**

**- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;**

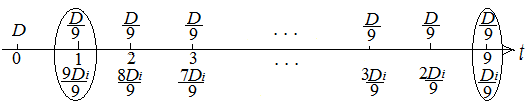
**- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.**

**Найдите r, если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.**

Решение:

Запишем данные задачи:

Приведенная задача описывает погашение кредита по схеме дифференцированных платежей. Графически погашение кредита выглядит так:



Это позволяет нам утверждать, что самым большим будет первый платеж *П1*, т.к. начисляется на всю взятую сумму кредита, а самым маленьким будет последний платеж *П9*, т.к. начисляется на последнюю оставшуюся девятую часть долга. Учитывая данные задачи и схему выплат, получаем:

**Ответ: 20 %.**

Мы с вами рассмотрели основные виды решения банковских задач, которые описывают погашение кредита по схеме дифференцированных платежей. Как вы заметили, в каждой задаче мы не просто брали готовую формулу и подставляли данные из условия, а **выводили** необходимую формулу. Мы рекомендуем вам при решении задач самостоятельно поступать также. Это позволит вам понять процесс решения, осознать, как производятся выплаты по схеме дифференцированных платежей, увидеть особенности этой схемы выплат и избавит от необходимости заучивать формулы, а также поможет при решении задач, которые будут отличаться от тех, что мы привели выше.

Далее приведем решение банковских задач, которые описывают погашение кредита равными платежами, т.е. по второй схеме.

1. **Ф. взял в банке кредит под r% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на r%), а затем Ф. переводит в банк очередной транш. Если он будет выплачивать банку каждый год по 328050 рублей, то погасит долг за 4 года, а если по 587250 рублей, то за два.**

**Под какой процент Ф. взял деньги в банке?**

Решение:

Пусть ***D*** – кредит, т.е. сумма денег, взятая в банке, ***r*** – искомый банковский процент,  **–** множитель наращения, **,**  В задаче описывается вторая схема выплат, т.е. схема равных платежей, поэтому воспользуемся описанными формулами.

За 4 года все выплаты описываются уравнением:

За 2 года все выплаты описываются уравнением:

Поделим равенство (1) на равенство (2) и получим:

**Ответ:**

1. **15-го июля 2012 года взяли кредит в банке. Условия его возврата были таковы:**

**- 1-го января каждого года долг возрастает на 14% по сравнению с концом предыдущего года;**

**- выплата части долга происходит с февраля по июнь каждого года после начисления процентов.**

**Кредит был погашен двумя равными платежами по 4 548 600 рублей (то есть за два года). Какую сумму банк выдал в кредит?**

Решение:

Запишем данные из условия задачи:

Пусть ***D*** – кредит, т.е. сумма денег, взятая в банке и величина, которую требуется найти по условию задачи.

Далее необходимо произвести платеж на сумму , т.е. на начало следующего года кредитования на счету находится сумма, равная:

Далее необходимо еще раз произвести платеж на сумму

По условию задачи кредит был погашен двумя платежами, следовательно, получаем уравнение:

Подставляем значение *x* и решаем уравнение относительно *D*:

То есть сумма кредита была равна 7 490 000 рублей.

**Ответ: 7 490 000.**

1. **1 января 2015 года Иван Сергеевич взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 2% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Иван Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Иван Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 200 тыс. рублей.**

Решение:

По условию задачи нам задана схема равных срочных выплат, причем:

Запишем аналитически какими суммами мы располагаем на начало каждого платежного периода:

*…………………..*

Так как последний платеж погашает взятый кредит, то получаем уравнение:

Решаем это уравнение относительно *x*:

Последнее неравенство решаем относительно *n:*

Далее простым подбором определяем число *n*:

То есть Иван Сергеевич выплатит весь долг минимум через 6 месяцев.

**Ответ: 6.**

1. **31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 9 282 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплат кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?**

Решение:

По условию задачи нам задана схема равных срочных выплат, причем:

Запишем аналитически какими суммами мы располагаем на начало каждого платежного периода:

**Ответ: 2928200.**

1. **15-го января Аркадий планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата следующие:**

**- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;**

**- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;**

**- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Дата** | **15.01** | **15.02** | **15.03** | **15.04** | **15.05** | **15.06** | **15.07** |
| **Долг (в млн рублей)** | **1** | **0,8** | **0,6** | **0,5** | **0,4** | **0,3** | **0** |

Найдите наименьшее значение r, при котором Аркадию в общей сумме придётся выплатить больше 1,5 млн рублей.

Решение:

По условию задачи коэффициент прироста , т.е. на 15.02 долг банку составляет *S1=1*, затем часть денег возвращается банку. Зная, что остаток составляет 0,8, мы можем записать сумму выплаченную банку

Так как, остаток на счету равен 0,8, то на него набегает процент, а затем банку возвращается сумма, такая, что новый остаток равен 0,6. Следовательно вторая выплата равна:

Далее по аналогии находим все остальные выплаты банку:

По условию суммарные выплаты должны быть больше 1,5 млн. руб., т.е.

**Ответ: 14.**

1. **15-го января Вика планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата следующие:**

**- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;**

**- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;**

**- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Дата** | **15.01** | **15.02** | **15.03** | **15.04** | **15.05** | **15.06** | **15.07** |
| **Долг**  **(в млн рублей)** | **1** | **0,8** | **0,4** | **0,35** | **0,2** | **0,15** | **0** |

**Найдите наименьшее значение r, при котором Вике в общей сумме придётся выплатить меньше 1,6 млн рублей.**

Решение:

По условию задачи известны коэффициент прироста и ежемесячный остаток банку. Следовательно, мы можем найти какие суммы были выплачены банку ежемесячно, учитывая проценты.

*S1=1∙ –* это долг банку через месяц, это первая выплата банку, аналогично

По условию суммарные выплаты должны быть меньше 1,6 млн. руб., т.е.

**Ответ: 20.**

1. **В июле 2016 года Глеб планирует взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата следующие:**

**- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;**

**- выплата должна производиться один раз в год с февраля по июнь;**

**- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Дата** | **Июль 2016** | **Июль 2017** | **Июль 2018** | **Июль 2019** |
| **Долг (в млн рублей)** | **S** | **0,75S** | **0,5S** | **0** |

**Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат Глеба будет меньше 4 млн рублей.**

Решение:

По условию задачи известны процентная ставка и коэффициент прироста , а значит и ежемесячный долг банку, а также и ежемесячный остаток банку. Найдем величины ежемесячных выплат банку:

Наибольшая из выплат составляет и по условию задачи она должна быть меньше 4 млн. руб.

Получаем неравенство:

(т.к. число *S* - целое).

**Ответ: 6 млн. руб.**

1. **В начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 11 000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 4000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10 %. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?**

Решение:

1 способ.

Чтобы извлечь наибольшую прибыль, Алексей должен воспользоваться банковским депозитом, когда 10% от суммы, вырученной за ценную бумагу, превысит 4000 руб.

Найдем значение суммы, от которой 10% будут равны 4000, получим:

То есть ценную бумагу в 11000 рублей нужно довести до суммы большей или равной 40000 рублей и полученную сумму положить в банк. Найдем через сколько лет это станет возможным:

То есть через 8 лет, а значит в начале 2009-го года полученную сумму нужно положить на банковский депозит.

2 способ.

По условию задачи требуется узнать, начиная с какого года выгоднее получать доход от процентов ценной бумаги, нежели от хранения этой бумаги.

Пусть ценная бумага находится у Алексея *n*-лет, тогда цена этой бумаги станет равной

Пусть на год Алексей продает бумагу и кладет деньги в банк под 10% годовых, т.е. Найдем значение *n*, при котором такое вложение будет наиболее выгодным, т.е. решим неравенство:

Значит бумагу выгодно продавать через 8 лет, т.е. в начале 2009 года.

**Ответ: 2009.**

Надеюсь, нам удалось убедить вас в том, что решение банковских задач на выплату процентов не такая уж и «сложная штука». Это вполне вам по силам, осталось только в этом убедиться. А для этого достаточно поработать самостоятельно. Предлагаем вашему вниманию ряд задач, выбранных нами из вариантов заданий ЕГЭ за 2016-2017 год.

**Задачи для самостоятельного решения:**

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,5 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?

Ответ: 1166250.

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1695 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Ответ: 3000000.

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 933 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования?

Ответ: 717000.

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц (со 2 по 14 июня) кредитования нужно выплатить банку 44 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?

Ответ: 396000.

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Ответ: 133.

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 24% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r.

Ответ: 3.

1. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 18 млн рублей?

Ответ: 7.

1. 15-го января 2012 года банк выдал кредит на сумму 1 млн рублей. Условия его возврата были таковы:

- 1-го января каждого года долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;

- выплата части долга происходит в январе каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен за два года, и при этом в первый год была переведена сумма в 600 тыс. рублей, а во второй раз — 550 тыс. рублей. Найдите r.

Ответ: 10.

1. Матвей хочет взять в кредит 1,4 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Матвей взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 тысяч рублей?

Ответ: 7.

1. 31 декабря 2014 года Сергей взял в банке 8 420 000 рублей в кредит под 10,5% годовых. Схема выплат кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10,5%), затем Сергей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Сергей выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Ответ: 4884100.

1. 31 декабря 2014 года Сергей взял в банке 8 420 000 рублей в кредит под 10,5% годовых. Схема выплат кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10,5%), затем Сергей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Сергей выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Ответ: 4884100.

1. 15-го января Алиса планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;

- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
| Долг (в млн рублей) | 1 | 0,9 | 0,7 | 0,5 | 0,3 | 0,1 | 0 |

Найдите наименьшее значение r, при котором Алисе в общей сумме придётся выплатить больше 1,4 млн рублей.

Ответ: 12.

1. В июле 2016 года Инга планирует взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата следующие:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с кондом предыдущего года;

- выплата должна производиться один раз в год с февраля по июнь;

- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
| Долг (в млн рублей) | S | 0,6S | 0,3S | 0 |

Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат Инги будет меньше 5 млн рублей.

Ответ: 7.

1. 15-го января Вика планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;

- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
| Долг (в млн рублей) | 1 | 0,9 | 0,8 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0 |

Найдите наименьшее значение r, при котором Вике в общей сумме придётся выплатить меньше 1,3 млн рублей.

Ответ: 8.

1. В начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 25000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

Ответ: 2003.